



2025 年 4 月份 第 2 期 四至六年級



拓撲學初探

拓撲學(Topology)是一種「形狀的科學」，但它不關心形狀的大小、長度或角度，而是關心形狀的「整體結構」。我們先來看個簡單的問題：就幾何形狀來看，碗、馬克杯(有耳杯)、甜甜圈這3樣東西，哪兩個看起來比較相似呢？



直覺上會覺得碗和馬克杯較相似，但從數學拓撲的概念來看，馬克杯跟甜甜圈其實才是相同的。怎麼會這樣呢？可想像玩泥膠時，你可以靠著拉扯、扭曲各種形狀或大小使其連續變化，而把馬克杯捏成甜甜圈。但你無法靠著拉扯等連續變換把碗變成馬克杯或甜甜圈，因為需要創造出一個洞，而不管是用挖的或用其他方式創造出一個洞，都不是連續變換。

我們可以用泥膠來理解拓撲學。泥膠可以隨意拉長、壓扁或彎曲它，但不能撕破或黏合。拓撲學就是研究這些形狀變化後，哪些特性不會改變。

圓圈和正方形：你可以把泥膠做的圓圈拉成正方形，它們在拓撲學裡是「一樣的」，因為都沒有洞，且都是連在一起的。

甜甜圈和咖啡杯：甜甜圈中間有一個洞，咖啡杯的把手也有一個洞，所以它們在拓撲學裡也是「一樣的」。

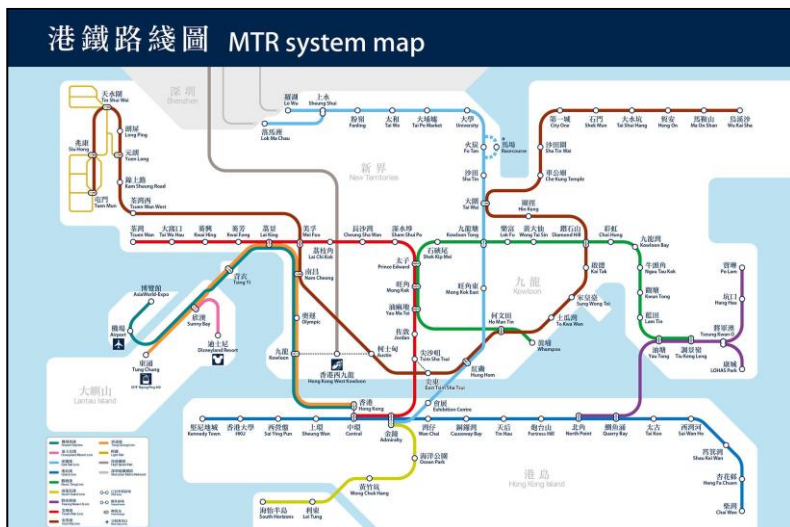
球和立方體：你可以把泥膠做的球壓成立方體，它們也是「一樣的」，因為都沒有洞。

總結：

拓撲學就像是一種「形狀的魔術」，它告訴我們哪些形狀其實是「一樣的」，即使它們看起來完全不同！你只要記住：不能撕破或黏合，只能拉長或彎曲，這樣就能理解拓撲學的基本概念！



日常運用拓撲學的例子



上圖港鐵路線圖，只有交匯位置與順序正確，其他部份不但距離錯誤（荃灣西和美孚站不合比例地遠）、方向錯誤（顯徑和大圍方向）。

然而，我們只想要知道的資訊：例如，應該在哪裡上車？在哪裡下車？在哪裡改換路線？我們不需要知道的其它資訊，這張圖盡可能忽略。上面路線圖（甚至是全世界的車站路線圖），其背後的原創是來自於1931年，英國一位名為亨利·貝克（Henry Beck）的地鐵製圖員。而這種不按比例，並藉由不同顏色標示路線與站名，兩點之間的相對位置及距離，也可能與實際狀況有些差異的地圖，被稱為拓撲地圖（Topological map）。

【實驗】拓撲實驗：兩人脫困

在右圖中，如果不解開手腕上的繩結，不破壞、剪斷繩子下，怎樣幫助他們脫困？將這一對男女分開呢？找一個周遭的同伴一起動手操作試。



視頻解答

中國數學家介紹

吳文俊 (1919 年 5 月 12 日－2017 年 5 月 7 日) 是近代

中國著名數學家，在拓撲學和數學機械化領域有重大貢獻。

教育背景：

1940 年畢業於上海交通大學數學系。

1947 年赴法國留學。

職業生涯：

1951 年回國後，先後在北京大學、中國科學院數學研究所任教和研究。

1980 年當選為中國科學院院士。

2000 年獲得首屆國家最高科學技術獎。

主要研究領域

拓撲學：

他在 20 世紀 50 年代提出了「吳示性類」同「吳公式」，解決了拓撲學中一些重要問題。工作被國際數學界廣泛認可，成為拓撲學領域的經典成果。

數學機械化：

吳文俊在 20 世紀 70 年代開創了數學機械化研究，提出「吳方法」，用計算機解決幾何定理證明問題，在人工智能同計算機科學領域有重要應用，被稱為「吳消元法」。開創了利用計算機證明數學定理的新領域，推動數學與計算機科學的結合。

榮譽同獎項

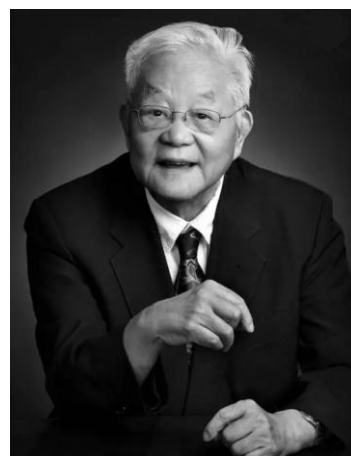
1957 年：獲得國家自然科學獎一等獎。

1990 年：獲得第三世界科學院數學獎。

1997 年：獲得 Herbrand 自動推理傑出成就獎。

2000 年：獲得首屆國家最高科學技術獎。

2006 年：獲得邵逸夫數學科學獎。

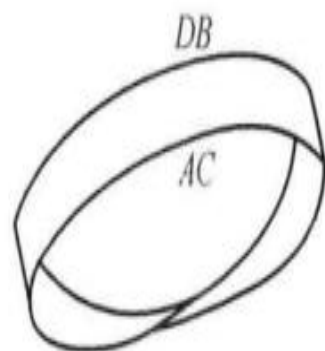


介紹吳文俊視頻

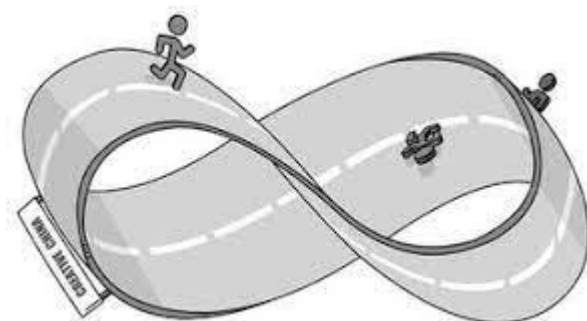
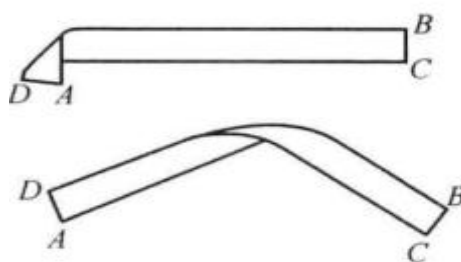
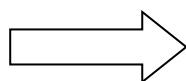
趣 • 味 • 數 • 學

「莫比烏斯環」

出生於 1790 年 11 月 17 日的德國數學家莫比烏斯 (August F. Möbius) 除了在數學方面有所貢獻，他還是位天文學家。不過，他的名字之所以仍為世人熟知，卻是因為他在年近七十時的一項偶然發現：莫比烏斯環。



莫比烏斯環的製作非常簡單：將長紙條的一端扭轉 180 度後，再將兩端黏在一起就成了。這個結構看似簡單的紙環，卻有著許多奇妙的性質。一般的紙張都有正面與背面，但莫比烏斯環卻只有一面，因此你從紙上任一點往前塗上顏色，最後都會回到原點，而且各處都會塗滿同一個顏色，不像一般紙環，可以在正反兩面塗上不同顏色。莫比烏斯環正印證拓撲學中經過移動、彎曲、拉伸或扭轉後，在不進行切割和黏合的前提下，保持不變的性質。。



麥比烏斯帶製作



4-6 年級題目

1. 小新和爸爸今年的年齡之和是 55。3 年前，爸爸的年齡剛好是小新年齡的 6 倍。

小新今年多少歲？



2. 期中試，大雄考了中文、英文、數學、常識和音樂共 5 科。如果不計算數學科的成績，平均分是 90 分。如果加上數學科，平均分有 92 分。大雄的數學科考了多少分？



數學擂台(4-6 年級)

(請沿虛線剪下，投進放置於學校大堂的「數學擂台收集箱」。)

答對的同學可獲小禮物一份，若答對同學眾多，則以抽籤形式(10 位)分發禮物，大家踴躍參加呀！

姓名：_____ 班別：_____

答案：

1. 小新今年_____歲。
2. 大雄的數學科考了_____分

答案：

1. 小新今年 10 歲。

2. 大雄 的數學科考了 100 分